

充分大きい体積 V の容器に、状態密度 $D(\epsilon)$ が

$$D(\epsilon) = \begin{cases} VD_0\epsilon^3 & \epsilon > 0 \\ 0 & \epsilon \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

で与えられている理想ボース気体が入っている。粒子数を N として、グランドカノニカル分布を使ってボース-アインシュタイン凝縮が起こる温度 T_c を求めなさい。ただし、内部自由度は無視し、ボルツマン定数は k_B とする。

必要なら次の公式を使っても良い。

$$N = \sum_s \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_s - \mu)} - 1} \quad (2)$$

ここで、 T を温度とすると $\beta = 1/(k_B T)$ 、 ϵ_s は s 番目の 1 粒子エネルギー固有値、 μ は化学ポテンシャル。

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \quad (3)$$