2009 年度前期熱と波動論基礎 プリント (7 月 9 日)

担当 吉森 明

宿題の解答(7 月 2 日出題)

問題 エントロピー S が長さ L と温度 T の関数 $S(L,T)$ として

$$S(L,T) = A\ln T - BL^2 \tag{1}$$

で表されるゴムがある。このゴムを、熱の出入り無しに、長さを L から L' に延ばした後の温度を T' とする。T' の値は延ばし方によって変わるが、ある温度よりは下がらない。その温度を求めなさい。

解答 L から L' に延ばした時に、エントロピーは決して減少しないので、

$$S(L',T') \geq S(L,T) \tag{2}$$

(1) 式を代入すると、

$$A\ln T' - BL'^2 \geq A\ln T - BL^2 \tag{3}$$

BL'^2 を移項して

$$A\ln T' \geq A\ln T + B(L'^2 - L^2) \tag{4}$$

T' について解くと、

$$T' \geq T\exp[\frac{B}{A}(L'^2 - L^2)] \tag{5}$$

つまり、$T\exp[(B/A)(L'^2 - L^2)]$ より、T' は低くならない。

授業要点

3(d) 温度と絶対温度

目標 理想気体の 2 つの性質から $\Theta(T)$ の形を計算する。(熱力学第 1 法則の応用)

目次 (1) 理想気体の 2 つの性質 (原理)

(2) $\Theta(T)$ の計算

(3) 宿題答え合わせとまとめ

(1) 理想気体の 2 つの性質 (原理)

1. 状態方程式
$$PV = nRT \tag{6}$$
ここで、P は圧力、V は体積、n はモル数、R は気体定数、そして、

T は $\boxed{\text{絶対温度}}$ と呼ばれる温度で $T \equiv 273.15°\mathrm{C}+t°\mathrm{C}$ と定義される。

(6) 式を満たす気体を第 1 種理想気体と呼ぶ。

2. **内部エネルギー** U **は温度** T **が同じなら、体積によらない**。$V \neq V'$ に対して、
$$U(V,T) = U(V',T) \tag{7}$$
(7) 式を満たす気体を第 2 種理想気体という。

仮定: 1. と 2. を両方満たす気体が存在する。

問題意識 この仮定から $\Theta(T)$ が決定できるか。

今日の宿題

ピストンに入った理想気体 ((6) 式も (7) 式も両方満たす) を温度 T の熱源に付けたまま、体積 V から V' に準静膨張させた時のエントロピーを定義から計算しなさい。ただし、$\Theta(T) = T$ とする。また、この計算から、自由膨張が不可逆過程である事を示しなさい。