

2009 年度前期熱と波動論基礎 宿題 6 (4 月 23 日出題) 解答

担当 吉森 明

[問題 2.] $\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2x = 0$ で $\gamma/\omega = 2$ のとき $x = (A + Bt) \exp[-(\gamma/2)t]$ が解になっていることを微分方程式に代入して確かめなさい。

[解答]

$$\dot{x} = (A + B) \exp[-\frac{\gamma}{2}t] - \frac{\gamma}{2}(A + Bt) \exp[-\frac{\gamma}{2}t] \quad (1)$$

$$\ddot{x} = -2\frac{\gamma}{2}(A + B) \exp[-\frac{\gamma}{2}t] + \frac{\gamma^2}{4}(A + Bt) \exp[-\frac{\gamma}{2}t] \quad (2)$$

$\gamma/\omega = 2$ から $\omega = \gamma/2$ だから、 $\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2x = 0$ は、 $\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \gamma^2x/4 = 0$ となり、この左辺に問題の式と (1) 式、(2) 式を代入する。

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \gamma\dot{x} + \frac{\gamma^2}{4}x &= -2\frac{\gamma}{2}(A + B) \exp[-\frac{\gamma}{2}t] + \frac{\gamma^2}{4}(A + Bt) \exp[-\frac{\gamma}{2}t] \\ &\quad + \gamma(A + B) \exp[-\frac{\gamma}{2}t] - \gamma\frac{\gamma}{2}(A + Bt) \exp[-\frac{\gamma}{2}t] \\ &\quad + \frac{\gamma^2}{4}(A + Bt) \exp[-\frac{\gamma}{2}t] \quad (3) \end{aligned}$$

計算すると 0 になるのは分る。