

2009 年度前期熱と波動論基礎 宿題 (6 月 18 日出題) 解答

担当 吉森 明

[問題 2.] 内部エネルギーが $U(V, T) = NCT - aN^2/V$ で与えられる気体の自由膨張の温度変化を求めなさい。

[解答] 自由膨張では内部エネルギーは変わらない。したがって、コックを開ける前の温度 T_1 、体積 V_1 、開けた後の温度 T_2 、体積 $V_1 + V_2$ とすると

$$U(V_1, T_1) = U(V_1 + V_2, T_2) \quad (1)$$

問題で与えられている式を使うと

$$NCT_1 - a\frac{N^2}{V_1} = NCT_2 - a\frac{N^2}{V_1 + V_2} \quad (2)$$

移項して

$$NC(T_2 - T_1) = a\frac{N^2}{V_1} - a\frac{N^2}{V_1 + V_2} \quad (3)$$

通分して

$$= aN^2\frac{V_1 - (V_1 + V_2)}{V_1(V_1 + V_2)} \quad (4)$$

$$= aN^2\frac{-V_2}{V_1(V_1 + V_2)} \quad (5)$$

ゆえに

$$T_2 - T_1 = \frac{a}{C}N\frac{-V_2}{V_1(V_1 + V_2)} \quad (6)$$

つまり、 $(a/C)NV_2/\{V_1(V_1 + V_2)\}$ だけ温度は下がる。