

○スピンは内部自由度と言われる。古典力学では1つの粒子は自由度として位置 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ しかない。ところが、

実験 ← この3つの自由度だけでは説明できない。

そこで、新しい自由度:スピン自由度が導入された。スピン自由度はスピン $\hat{\mathbf{S}} = (\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$ という物理量として観測される。つまり、量子力学では1つの粒子の自由度(物理量)として、位置 \mathbf{r} とスピン $\hat{\mathbf{S}}$ の2つ考えなければならない。

○スピンの性質

1. 角運動量 $\hat{\mathbf{L}}$ と同じ数学的構造: $\hat{\mathbf{S}}$: 演算子

$$\hat{\mathbf{L}}^2 Y_{lm}(\theta, \phi) = l(l+1) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1)$$

$$\hat{L}_z Y_{lm}(\theta, \phi) = m Y_{lm}(\theta, \phi) \quad \text{ただし、} -l \leq m \leq l \quad (2)$$

↓

$$\hat{\mathbf{S}} v(S_z) = S(S+1) v(S_z) \quad (3)$$

$$\hat{S}_z v(S_z) = S_z v(S_z) \quad \text{ただし、} -S \leq S_z \leq S \quad (4)$$

ここで、 $v(S_z)$: スピンの固有関数

2. 古典的な類推ができない。

角運動量—古典的な自由度 $\mathbf{r} = (x, y, z)$

$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{i} \left(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right), \hat{L}_y = \dots \quad (5)$$

↓

スピンにはこういう対応は無い。古典的な自由度は対応しない。

○通常1つの粒子はスピンの値を1つしかとらない。

角運動量 例えば1つの電子は $J = 0, 1, 2, \dots$ どれでもとれる。

↓

スピン 電子1/2、中性子1/2、陽子(水素原子の核)1/2 — フェルミ粒子
 光子1、重水素の原子核1 — ボゾン粒子

宿題(5月10日締め切り)

等核2原子分子のアニールド平均で、エネルギーの重心を除いた部分 $E_{\text{nu-rot}}$ が

$$E_{\text{nu-rot}} = N_{\text{ort}} E_o + N_{\text{para}} E_e \quad (6)$$

となることを示せ。ただし、原子は s_A のスピンを持ったフェルミ粒子とし、 N_{ort} と N_{para} は、オルソ分子とパラ分子の数でそれぞれ、

$$N_{\text{ort}} = N \frac{n^{\text{FD}}}{n^{\text{FD}} + 1} = \frac{(s_A + 1)r_o}{(s_A + 1)r_o + s_A r_e} \quad (7)$$

$$N_{\text{para}} = N \frac{1}{n^{\text{FD}} + 1} = \frac{s_A r_e}{(s_A + 1)r_o + s_A r_e} \quad (8)$$

で与えられる。ここで、 N は、全粒子数。また、

$$E_e = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln r_e, \quad E_o = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln r_o \quad (9)$$

r_e と r_o は、教科書P127で与えられている。

加えて、比熱 $C_{\text{nu-rot}}$ は、

$$C_o = \frac{\partial E_o}{\partial T}, \quad C_e = \frac{\partial E_e}{\partial T} \quad (10)$$

とした時、 $C_{\text{nu-rot}} = N_{\text{ort}} C_o + N_{\text{para}} C_e$ と書けない事を示せ。さらに、 H_2 分子で低温の極限の $C_{\text{nu-rot}}$ を求めよ。

ホームページ

<http://www.cmt.phys.kyushu-u.ac.jp/~A.Yoshimori/tkII04.htm>

連絡や、質問の回答もここに載せます。