

重要: 期末試験の受験資格は、

1. 6月18日出題分(25日提出)までの宿題を1つ、
2. および6月25日出題分(7月2日提出)から7月9日出題分(7月16日提出)までの宿題を1つ

提出する事です。この2つの条件を満たしていないと期末試験は受験できませんので、ご注意ください。

問題 1.(重要)

宿題 1. (4月23日出題、30日提出) 粒子数を N 、質量を m 、 i 番目の粒子の運動量を \mathbf{p}_i として、今ハミルトニアン H が

$$H = \sum_i^N \frac{|\mathbf{p}_i|^2}{2m} \quad (1)$$

と書けている。

- (a) 温度 T 、体積 V 、 N が与えられている時、カノニカル分布から分配関数
- (b) 温度 T 、体積 V 、化学ポテンシャル μ が与えられている時、グランドカノニカル分布から大分配関数を求めなさい。

宿題 2. (4月30日出題、5月7日提出) 1 粒子のエネルギー固有状態が 3 個ある 3 準位系を考える。それぞれの状態のエネルギー固有値は、 $0, \epsilon, 2\epsilon$ で、粒子はたがいに相互作用していない理想気体とする。

- (a) 温度 T の熱溜りに接しているとし、粒子がフェルミ統計、ボーズ統計に従う場合のカノニカル分布における分配関数をそれぞれ求めなさい。ただし、粒子数は $N = 3$ する。
- (b) さらに、化学ポテンシャルを μ の粒子溜りに接するとして、グランドカノニカル分布の大分配関数を求めなさい。ただし、 $\mu < 0$ とする。

宿題 3. (5月7日出題、5月14日提出)[訂正] 相対論効果が大きい時 $\epsilon_l = c\hbar|\vec{k}(\vec{l})|$ となる。ただし、 $\vec{k}(\vec{l})$ は教科書 P108(7.37) の \vec{n} を \vec{l} に変えたもの。c を光速として $D(\epsilon)$ を求めなさい。

- 宿題 4. (5月14日出題、5月21日提出) 状態密度が $D(\epsilon) = D_0 V \epsilon^n (n > -1)$ の時 $T = 0$ での E と P を D_0, V, n と N で表せ。 V は体積、 D_0 は定数、 $\epsilon < 0$ で $D(\epsilon) = 0$ とし、内部自由度は考えなくてよい。
- 宿題 5. (5月21日出題、5月28日提出)[訂正]①先週と同じ状態密度 ($D(\epsilon) = V D_0 \epsilon^2$) で、任意の温度 での E と PV の関係を求めなさい。
② μ を T で展開して T^2 まで求めよ。授業で省略した計算を補うこと。
- 宿題 6. (5月28日出題、6月4日提出) 理想フェルミ気体で E を T で展開して T^2 まで求めよ。ただし係数を N で表し、省略した計算を補うこと。
- 宿題 7. (6月4日出題、6月11日提出) $D(\epsilon)$ が (10.8) 式のと看転移が起こる粒子数 $N_B(T)$ が $T^{\frac{3}{2}}$ に比例することを示せ。
- 宿題 8. (6月11日出題、6月18日提出) 理想ボース気体で状態密度 $D(\epsilon) = D_0 V \epsilon^2$ ($\epsilon \geq 0$), $D(\epsilon) = 0$ ($\epsilon < 0$) の時、転移温度以下の圧力を求めなさい。
- 宿題 9. (6月18日出題、6月25日提出) 教科書 P161 の演習問題 [4]
- 宿題 10. (6月25日出題、7月2日提出) 異核 2 原子分子 1 個の分配関数が $Z_1 = Z_G j_{rot} Z_S$ の時、1 分子あたりの比熱が $C_V = C_{V,G} + C_{V,rot} + C_{V,S}$ となることを示し、(8.12) 式を導け。添字の G, rot, S は重心、回転、スピンを表す。また、 $x \ll 1$ で $\ln(1+x) \simeq x$ を使え。
- 宿題 11. (7月2日出題、7月9日提出) ①-③-①の形の直線状 3 原子分子 (両端が同種の原子核でボース粒子) の分配関数を計算し、(8.10) (8.12) と同様に低温の比熱と ① 原子核のスピンが対称な場合と反対称な場合の比を低温で求めよ。慣性モーメントは I 、①③ 2 つの核のスピンを S_A, S_B とする。
- 宿題 12. (7月9日出題、7月16日提出) ① P185 演習問題 [4]
② $f(M) = A_0 + A_2 M^2 + A_4 M^4$ で $A_2 > 0$ と $A_2 < 0$ の 2 つの場合に $f(M)$ を最小とする M_0 と $f(M_0)$ をすべて求めよ。ただし、 $A_4 > 0$ 。(予習)
- 宿題 13. (7月16日出題) 教科書 P173 の (11.28) の様な (ランダウ) 自由エネルギーを考えたとき、温度 T_c での M のとびを求めなさい。また、 $T > T_c$ と $T < T_c$ での比熱を計算しなさい。



問題 2.(余裕があれば解くこと)

- 宿題 1. (4月23日出題、30日提出) 理想気体と考えられるものを授業で説明したものの以外にあげ、理由を述べなさい。
- 宿題 2. (4月30日出題、5月7日提出) 粒子に区別がある古典力学に対応する統計に(マクスウェル-)ボルツマン統計がある。これは、粒子に番号をつけて微視的状态を数え、最後に粒子数 N の $N!$ で割る。宿題 1 の 3 準位系で、カノニカル分布の分配関数 ($N = 3$) と、グランドカノニカル分布の大分配関数を求めなさい。また、粒子を区別するのにも関わらず、なぜ $N!$ で割るのか、説明しなさい。
- 宿題 3. (5月7日出題、5月14日提出) 教科書演習問題 P.144 [5] (3)
- 宿題 4. (5月14日出題、5月21日提出) 教科書 演習問題 P.143 [1]
- 宿題 5. (5月21日出題、5月28日提出) 教科書 演習問題 P.144 [5] (1) (2) (4) (5)
- 宿題 6. (5月28日出題、6月4日提出) 「授業ノート 1」(22) 式から (23) 式を導く条件から $\mu < 0$ を示せ。ただし、最低エネルギー準位は 0 とする。
- 宿題 7. (6月4日出題、6月11日提出) 2次元平面に閉じ込められたボース粒子の BEC はどうなるか。
- 宿題 8. (6月11日出題、6月18日提出) BEC が起きても圧力に $\epsilon = 0$ の項が寄与しないことを授業とは別の方法で示せ。(10.17) と熱力学の関係式だけを使い、エントロピーからヘルムホルツの自由エネルギーを計算して圧力を求めよ。(10.18) は使ってはいけない。
- 宿題 9. (6月18日出題、6月25日提出)[訂正] 光子の数は人間には制御出来ないが、熱力学の原理によって決まると、授業中に説明した。具体的に理想ボース気体の統計力学を使って(平均の)粒子数を求めなさい。ただし、 $\omega > 0$ の光子の粒子数とする。
- 宿題 10. (6月25日出題、7月2日提出) 低温のとき (8.5) の大きい J の項は無視できることを示せ。
- 宿題 11. (7月2日出題、7月9日提出) 教科書演習問題 p131[1]
- 宿題 12. (7月9日出題、7月16日提出) P.185 演習問題 [3]
- 宿題 13. (7月16日出題) P.186 演習問題 [5]