

2008 年度統計力学 II 宿題 4 (5 月 13 日出題、5 月 20 日提出) 解答

担当 吉森 明

[問題 1.] 状態密度が  $D(\epsilon) = D_0 V \epsilon^{1/2}$  のとき、(9.15) 式と (9.17) 式を示しなさい。

[解答] 絶対零度ではフェルミの分布関数  $f(\epsilon)$  は、階段関数 (教科書 (9.11) 式) になる。これを教科書 (9.6) 式に代入すると、

$$N = \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon) d\epsilon = \int_0^{\epsilon_F} D_0 V \epsilon^{1/2} d\epsilon \quad (1)$$

$$= D_0 V \left[ \frac{2}{3} \epsilon^{3/2} \right]_0^{\epsilon_F} \quad (2)$$

$$= D_0 V \frac{2}{3} \epsilon_F^{3/2} \quad (3)$$

$\epsilon_F$  について解くと

$$\epsilon_F = \left( \frac{3N}{2D_0 V} \right)^{2/3} \quad (4)$$

$E$  についても同様に教科書 (9.7) 式から

$$E = \int_0^{\epsilon_F} \epsilon D(\epsilon) d\epsilon = \int_0^{\epsilon_F} D_0 V \epsilon^{3/2} d\epsilon \quad (5)$$

$$= D_0 V \left[ \frac{2}{5} \epsilon^{5/2} \right]_0^{\epsilon_F} \quad (6)$$

$$= D_0 V \frac{2}{5} \epsilon_F^{5/2} \quad (7)$$

これで (9.15) 式を示せた。

圧力は、教科書 P7(1.15) 式

$$P = - \left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_{S,N} \quad (8)$$

ここで、 $S$  はエントロピーを表す。この式は、 $S$  と  $N$  を一定にして微分する事を表しているが、今  $T = 0$  だから  $S = 0$  となり (熱力学第 3 法則: 教科書 P7)、 $S$  一定については気にしなくても良い。

(7) 式に (4) 式を代入して、

$$P = -\frac{\partial}{\partial V} \left\{ \frac{3}{5} N \left( \frac{3N}{2D_0V} \right)^{2/3} \right\} \quad (9)$$

$$= \frac{2N}{5V} \left( \frac{3N}{2D_0V} \right)^{2/3} \quad (10)$$

(4) 式から

$$= \frac{2N}{5V} \epsilon_F \quad (11)$$

[問題 2.] 教科書 P143 演習問題 [1]

[解答] 略。教科書 P219 の演習問題解答を見て下さい。