

次の関連する 2 つの問いに答えなさい。

1. 1 粒子エネルギー固有値 ϵ_l が次の式で与えられる理想フェルミ気体の状態密度 $D(\epsilon)$ を求めなさい。 (ϵ は充分大きい)

$$\epsilon_l = \frac{\hbar^2 |\mathbf{k}(l)|^2}{2m} + \epsilon_0 \quad (1)$$

ここで ϵ_0 は波数ベクトル $\mathbf{k}(l)$ によらない定数を表す。ただし、粒子は、1 辺の長さが L で体積が $V = L^3$ の立方体内に閉じ込められていて、内部自由度は無視する。また、波数ベクトル $\mathbf{k}(l)$ は、

$$\mathbf{k}(l) = \frac{2\pi}{L} \mathbf{l}, \quad \mathbf{l} = (l_x, l_y, l_z), \quad l_x, l_y, l_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

で、与えられる。さらに、 m は粒子の質量で、 \hbar はプランク定数を 2π で割ったものを表す。

2. また、1. の条件のもとで、 $\epsilon_0 = 0$ として、 $\epsilon > 0$ の $D(\epsilon)$ を $D(\epsilon) = D_0 \epsilon^n$ と書くことにする。 V と粒子数 N が充分大きく、状態が密に詰まっているとき、絶対零度の N とエネルギー E を D_0 と n と ϵ_F を使って表せ。ただし、 ϵ_F はフェルミエネルギー (絶対零度のときの化学ポテンシャル) を表す。