

1 辺 L で体積が $V = L^3$ の立方体内の光子を考える。光を電磁波と考え、周期的境界条件を課すと、固有振動の角振動数 ω は、

$$\omega_{\mathbf{s}} = c|\mathbf{k}(\mathbf{s})| \quad (1)$$

で与えられる。ただし、 c は光速で、波数ベクトル $\mathbf{k}(\mathbf{s})$ は、

$$\mathbf{k}(\mathbf{s}) = \frac{2\pi}{L}\mathbf{s}, \quad \mathbf{s} = (s_x, s_y, s_z), \quad s_x, s_y, s_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

光子の状態密度 $D(\omega)$ を次のように求めなさい。答えだけを解答用紙に書きなさい。

1. 角振動数が ω より小さい状態は、波数空間でどのように表されるか。
2. 1. の点の数 $\Sigma(\omega)$ を計算しなさい。
3. 波数空間の 1 点はいくつの状態に対応するか。
4. $D(\omega)$ と $\Sigma(\omega)$ はどんな関係か。
5. $\Sigma(\omega)$ に 2. を代入して $D(\omega)$ を求めなさい。